

## בוחרן אמצע במודלים חישוביים - 2006 סמסטר ב'

מרצים: פרופ' בני שור ופרופ' נחום דרשוביץ  
מתרגלים: ורה אסודי וגדי קימל

הוראות:

1. מומלץ לקרוא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שעתיים.
3. במבחן 15 שאלות סגורות. יש לבחור תשובה אחת לכל שאלה.
4. תשובה נכונה מזכה בנקודות. תשובה שגויה איננה מזכה בניקוד.
5. את התשובות יש לסמן במקום המתאים לכך בטופס התשובות.
6. בכל שאלה יש לסמן תשובה יחידה.
7. משקל כל השאלות זהה.
8. חומר עזר מותר: דף פוליו אחד דו צדדי בלבד.
9. יש לענות על השאלות בטופס התשובות בלבד.
10. יש למלא בכל דף של השאלון מספר ת.ז. ומספר מחברת.
11. יש למלא בטופס התשובות שם, מספר ת.ז. ו**מספר גרסה**.
12. הקפידו למלא את מספר הגרסה.

בהצלחה !

1. תהי  $L$  שפה. נסמן על ידי  $a$  את מספר מחלקות השקילות של היחס  $\sim_L$  (אשר הוגדר בהוכחת משפט Myhill-Nerode).  
 נסמן על ידי  $b$  את מספר מחלקות השקילות עבור השפה המשלימה,  $\Sigma^* \setminus L$ . שימו לב כי  $a$  הוא או טבעי או  $\infty$ , וכך כמובן גם  $b$ .

אלו מהאפשרויות הבאות מתקיימת?

- בהכרח  $a+b=\infty$ .
- אם  $a$  טבעי (סופי) אז גם  $b$  טבעי (סופי), ויתכן כי  $a \neq b$ .
- בהכרח  $a=b$ .
- אם  $L$  רגולרית אז  $a=\infty$ .

2. נניח כי  $A$  היא שפה רגולרית המתקבלת על ידי אוטומט סופי דטרמיניסטי בעל  $a$  מצבים, וכי  $B$  היא שפה רגולרית המתקבלת על ידי אוטומט סופי דטרמיניסטי בעל  $b$  מצבים.  
 אלו מהאפשרויות הבאות נכונה?

- יתכן כי השפה  $A \cup B$  היא חסרת הקשר אך אינה רגולרית.
- השפה  $A \cup B$  היא בהכרח רגולרית, וקיים אוטומט סופי דטרמיניסטי בעל  $O(a+b)$  מצבים המקבל אותה.
- השפה  $A \cup B$  היא בהכרח רגולרית, וקיים אוטומט סופי אי-דטרמיניסטי בעל  $O(a+b)$  מצבים המקבל אותה, אך לא קיים אוטומט סופי דטרמיניסטי בעל  $O(a+b)$  מצבים המקבל אותה.
- אף אחת מן האפשרויות הקודמות אינה מתקיימת.

3. נניח כי  $A$  היא שפה רגולרית המתקבלת על ידי אוטומט סופי אי-דטרמיניסטי בעל  $a$  מצבים.  
 אלו מהאפשרויות הבאות נכונה?

- השפה המשלימה  $\Sigma^* \setminus A$  היא חסרת הקשר אך אינה רגולרית.
- השפה המשלימה  $\Sigma^* \setminus A$  היא בהכרח רגולרית, וקיים אוטומט סופי דטרמיניסטי בעל  $O(a^2)$  מצבים המקבל אותה.
- השפה המשלימה  $\Sigma^* \setminus A$  היא בהכרח רגולרית, וקיים אוטומט סופי אי-דטרמיניסטי בעל  $a/2$  מצבים המקבל אותה.
- השפה המשלימה  $\Sigma^* \setminus A$  היא בהכרח רגולרית, וקיים אוטומט סופי דטרמיניסטי בעל  $O(2^a)$  מצבים המקבל אותה.

4. תהיינה השפות  $A = \{ a^n b^n c^n \mid 0 \leq n \}$  ו-  $B = \{ b^m c^m d^m \mid 0 \leq m \}$   
 אלו מהאפשרויות הבאות מתקיימת?

- השפה  $A \cap B$  היא סופית.
- השפה  $A \cap B$  היא רגולרית אך אינה סופית.
- השפה  $A \cap B$  היא חסרת הקשר אך אינה רגולרית.
- השפה  $A \cap B$  אינה חסרת הקשר.

5. נתבונן בשפה הבאה,  $A = \{ w \in \{a,b,c\}^* \mid \#a + 2\#b = 3\#c \}$   
 אלו מהאפשרויות הבאות נכונה?

- השפה  $A$  היא סופית.
- השפה  $A$  היא רגולרית אך אינה סופית.
- השפה  $A$  היא חסרת הקשר אך אינה רגולרית.
- השפה  $A$  אינה חסרת הקשר.

6. נניח כי  $A$  ו- $B$  הן שפות מעל האלף-בית  $\Sigma$ . נתון כי השפה  $A \cup B$  היא שפה רגולרית המתקבלת על ידי אוטומט סופי אי-דטרמיניסטי בעל  $c$  מצבים. אלו מהאפשרויות הבאות נכונה?

- השפה  $A$  היא בהכרח רגולרית, וקיים אוטומט סופי דטרמיניסטי בעל  $O(c)$  מצבים המקבל אותה.
- השפה  $A$  היא בהכרח רגולרית, וקיים אוטומט סופי דטרמיניסטי בעל  $O(2^c)$  מצבים המקבל אותה.
- השפה  $A$  היא בהכרח חסרת הקשר, ויכולה להיות לא רגולרית.
- אף אחת מן האפשרויות הקודמות אינה מתקיימת.

7. תהא  $A$  הפעולה הבאה על שפות:

$$A(L) = \{w \in \Sigma^* \mid w = x^p, x \in L, p \text{ is a prime number}\}$$

אלו מהאפשרויות הבאות מתקיימת?

- עבור כל  $L$  רגולרית,  $A(L)$  רגולרית.
- עבור כל  $L$  רגולרית,  $A(L)$  חסרת הקשר.
- עבור כל  $L$  חסרת הקשר,  $A(L)$  חסרת הקשר.
- קיימת  $L$  רגולרית, עבורה  $A(L)$  לא חסרת הקשר.

8. נתון הדקדוק חסר ההקשר הבא:

המשתנים הם  $S, A, B$ , המשתנה התחילי הוא  $S$ , והטרמינלים הם  $a, b$ .  
שלושת כללי הגזירה הם

$S \rightarrow AB$   
 $A \rightarrow aBa$   
 $B \rightarrow bAb$

השפה שגוזר הדקדוק הנ"ל היא:

- $L = \{w \in \Sigma^* \mid w = a^n b^m b^m a^n\}$
- $L = \{w \in \Sigma^* \mid w = a^n b^a b^a a^n\}$
- $L = \emptyset$
- $L = \Sigma^*$

9. תהי השפה  $L$  אוסף המחרוזות מעל האלף-בית  $\{0,1,2,3\}$  כך שההפרש (ערך מוחלט) בין מספר ה- $0$ ים למספר ה- $1$ ים בהן שווה להפרש (ערך מוחלט) בין מספר ה- $2$ ים למספר ה- $3$ ים בהן

אלו מהאפשרויות הבאות מתקיימות:

- $L$  רגולרית.
- $L$  אינה רגולרית אך היא חסרת הקשר.
- $L$  אינה חסרת הקשר, אך משלימתה היא חסרת הקשר.
- $L$  אינה חסרת הקשר, ומשלימתה אינה חסרת הקשר.

10. מהי השפה של הביטוי הרגולרי הבא:

$$((1^* + 0^*)^* + 10^*)^*$$

- שפה בה מופיעים רצף של  $1$ , לאחר מכן  $0$  אחד, או  $1$  ולאחריו רצף אפסים.
- שפת כל המחרוזות מעל  $\{0,1\}$ .
- שפת כל המחרוזות מעל  $\{0,1\}$  ללא מחרוזת שמתחילות ביותר מ- $1$  אחד.
- שפת כל המחרוזות מעל  $\{0,1\}$  הזוגיות.

11. תהי השפה  $L$  אוסף המחרוזות מעל האלף-בית  $\{0,1\}$  שהן מהצורה  $wu$ , כך ש- $u$  ו- $w$  שוות אורך, ולכל מיקום  $i$ , הביט ה- $i$  של  $u$  שונה מן הביט ה- $i$  של  $w$ .

אלו מהאפשרויות הבאות מתקיימות:

- $L$  רגולרית.
- $L$  אינה רגולרית אך היא חסרת הקשר.
- $L$  אינה חסרת הקשר, אך משלימתה היא חסרת הקשר.
- $L$  אינה חסרת הקשר, ומשלימתה אינה חסרת הקשר.

12. תהא  $L$  שפה חסרת הקשר כלשהי, ו- $R$  שפה רגולרית כלשהי. אזי הפרש שתי השפות,  $L \setminus R$ , הוא:

- בהכרח רגולרי.
- בהכרח חסר הקשר, אבל לאו דווקא רגולרי.
- לאו דווקא חסר הקשר, אבל השפה המשלימה היא בהכרח חסרת הקשר.
- אף לא אחת מן התשובות הנ"ל.

13. נתונה השפה  $L = \{a^n b^m \mid n \text{ ו-} m \text{ זרים}\}$ . אלו מהאפשרויות הבאות מתקיימת?

- השפה  $L$  היא רגולרית.
- השפה  $L$  היא חסרת הקשר ומתקבלת על ידי אוטומט מחסנית דטרמיניסטי.
- השפה  $L$  היא חסרת הקשר ומתקבלת על ידי אוטומט מחסנית אי דטרמיניסטי.
- השפה  $L$  אינה חסרת הקשר.

14. תהא  $L$  שפה המתקבלת על ידי אוטומט מחסנית אי-דטרמיניסטי (על פי המוסכמה שלנו כל מחרוזת קלט מסתיימת ב"תו סוף קלט" שאיננו באלף-בית הקלט,  $\Sigma$ ). בנוסף, נתון כי אלף-בית המחסנית הוא  $\Sigma$ . סימן אחד בלבד. אזי השפה  $L$  היא:

- בהכרח רגולרית.
- מתקבלת גם על ידי אוטומט מחסנית דטרמיניסטי, אבל לאו דווקא רגולרית.
- בהכרח חסרת הקשר, אבל לאו דווקא מתקבלת על ידי אוטומט מחסנית דטרמיניסטי.
- אף לא אחת מן התשובות הנ"ל.

15. תהא  $L$  שפה חסרת הקשר כלשהי, ו- $R$  שפה רגולרית כלשהי. אזי הפרש שתי השפות,  $R \setminus L$ , הוא:

- בהכרח רגולרי.
- בהכרח חסר הקשר, אבל לאו דווקא רגולרי.
- לאו דווקא חסר הקשר, אבל השפה המשלימה היא בהכרח חסרת הקשר.
- אף לא אחת מן התשובות הנ"ל.